線形代数学 I/基礎 練習問題 2

講義担当者: 中村　知繁

問題 1

行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ とします。
(1) 積 AB を計算しなさい。
(2) 転置行列 $(AB)^T$ を求めなさい。
(3) 積 $B^T A^T$ を計算しなさい。

問題 2

行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ とします。
(1) 積 AB を計算しなさい。もし計算できない場合は「計算不可」と答えなさい。
(2) 積 $A^T B$ を計算しなさい。もし計算できない場合は「計算不可」と答えなさい。
(3) 積 BA^T を計算しなさい。もし計算できない場合は「計算不可」と答えなさい。

問題 3

行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ とします。$AX = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ を満たす 2 次正方行列 X を求めなさい。
(ヒント: 逆行列の性質を考えましょう)

問題 4

行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とします。積 $(A+B)(A-B)$ を計算しなさい。

問題 5

行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ とします。ケーリー・ハミルトンの定理を利用して、A^3 を A と単位行列 I の線形結合（$kA + lI$ の形）で表しなさい。

問題 6

行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ とします。ケーリー・ハミルトンの定理を利用して、行列の多項式 $P(A) = A^3 - 5A^2 + 7A - 2I$ の値を計算しなさい。ここで I は 2 次単位行列です。