

## 線形代数学 I/基礎 練習問題 6

講義担当者: 中村 知繁

## 問題 1

以下の連立一次方程式について、拡大係数行列を作成しなさい。

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x - y + 3z = 7 \\ -x + 3y + 2z = 0 \end{cases}$$

## 問題 2

以下の拡大係数行列に対して、次の行列の基本変形を順に適用した結果の行列を求めなさい。

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 4 \\ 3 & -1 & 1 & 5 \\ -2 & 4 & -3 & 6 \end{array} \right)$$

1. 第 2 行から第 1 行の 3 倍を引く ( $R_2 \leftarrow R_2 - 3R_1$ )
2. 第 3 行に第 1 行の 2 倍を加える ( $R_3 \leftarrow R_3 + 2R_1$ )
3. 第 3 行と第 2 行を入れ替える ( $R_2 \leftrightarrow R_3$ )

## 問題 3

ガウスの消去法による前進消去を行った結果、以下の拡大係数行列が得られた。この連立一次方程式の解を後退代入によって求めなさい。

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

## 問題 4

以下の連立一次方程式を、ガウスの消去法を用いて解きなさい。(前進消去の過程も示すこと)

$$\begin{cases} x - y + z = 6 \\ 2x + y - 3z = -5 \\ 3x - 2y + z = 11 \end{cases}$$

## 問題 5

以下の連立一次方程式をガウスの消去法を用いて解きなさい。解が存在しない場合は「解なし」、解が無数に存在する場合はパラメータを用いた一般解を示しなさい。

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

## 問題 6

以下の連立一次方程式をガウスの消去法を用いて解きなさい。解が無数に存在する場合には、任意のパラメータ（例:  $t$ ）を用いて一般解を示しなさい。

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 7 \end{cases}$$

## 問題 7

以下の連立一次方程式をガウスの消去法を用いて解こうとするとき、解が存在しない（矛盾が生じる）ことを示しなさい。矛盾が生じるステップを明確に記述すること。

$$\begin{cases} x + y - z = 4 \\ 2x - y + 3z = 1 \\ x + 5y - 9z = 10 \end{cases}$$

## 問題 8

以下の連立一次方程式が解を持つために、 $k$  が満たすべき条件を求めなさい。また、その条件下での解を求めなさい。（可能であれば、解が一意に定まる場合と無数に存在する場合に分けて考察しなさい）

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + 3y + kz = 5 \end{cases}$$